NMCC Semifinal 2018
Sigma8

Uppgift 1.

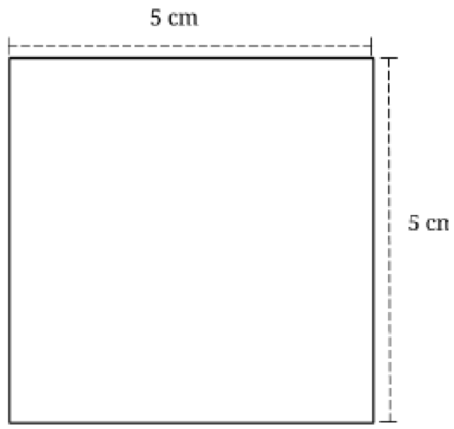
En grupp fjällvandrare hade en hurtig start, men varje ny dag gick de 2 km mindre än den föregående. Den mittersta dagen vandrade de 12 km. Hur många dagar pågick deras vandring om de gick 84 km totalt?

NMCC Semifinal 2018

Uppgift 2

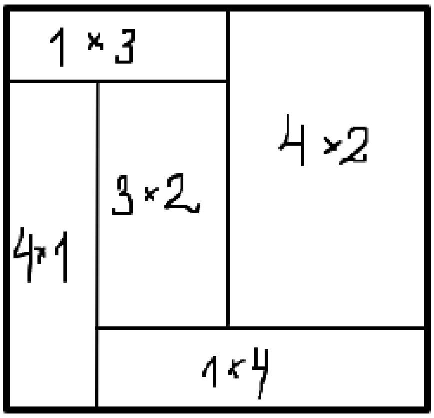
Material: Rutat papper

Du har en 5cm*5cm -kvadrat, som ska delas in i fem rektanglar. Alla rektanglarnas *areor* ska vara hela antal cm^2 och alla rektanglarnas omkretsar ska vara hela antal cm. De fem rektanglarnas omkrets ska alla vara olika.



*Här är ett exempel då detta inte är uppfyllt. Eftersom omkretsarna på 4*1. 3*2 samt 1*4 rektanglarna alla är lika med 10 cm*

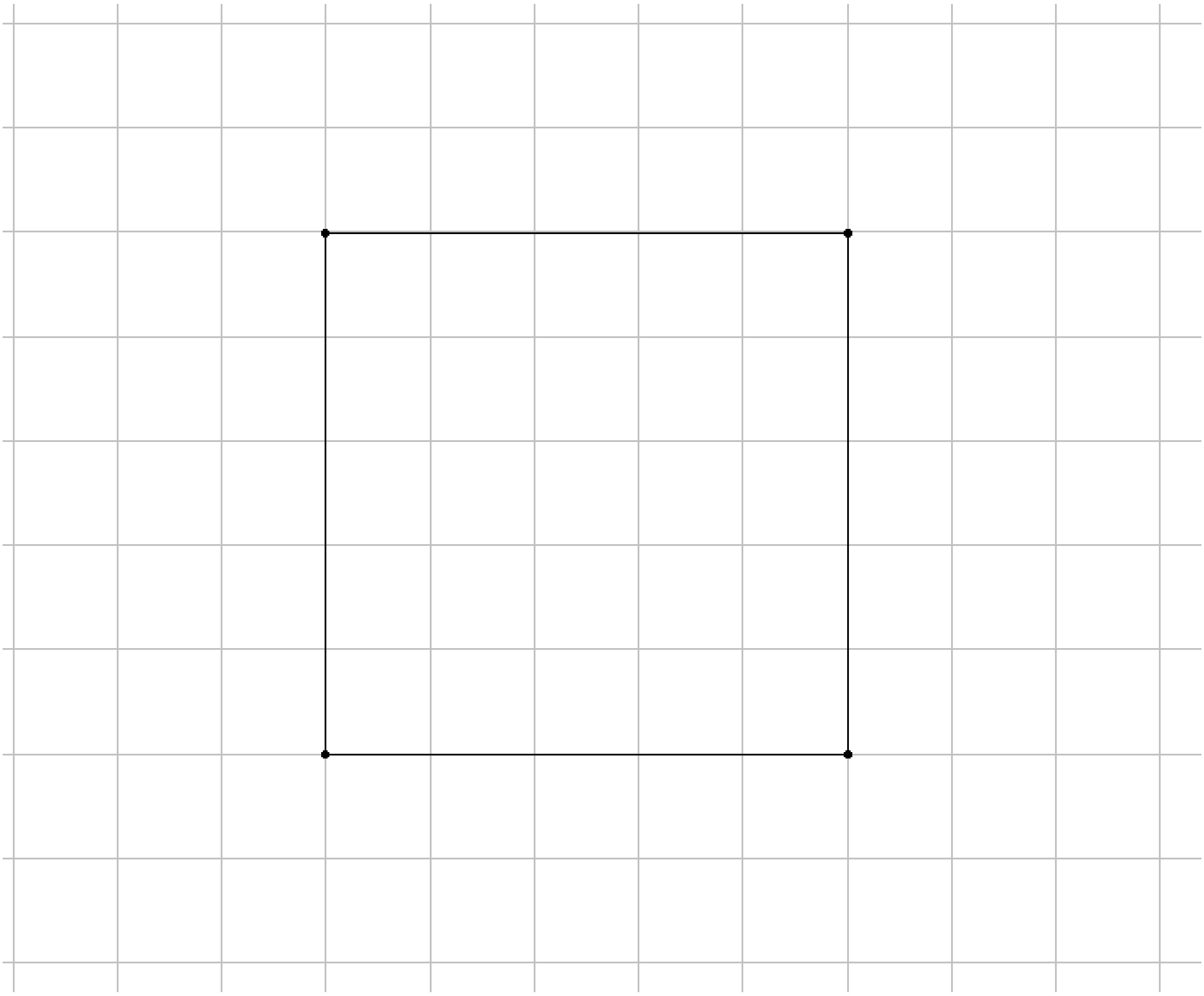
2



NMCC Semifinal 2018

Svarspapper till Uppgift 2

Rita in ert svar här



NMCC Semifinal 2018

Uppgift 3.

Material: En A4 sida full 6*6 rutade kvadrater att testa på. Skriv S eller V i rutorna

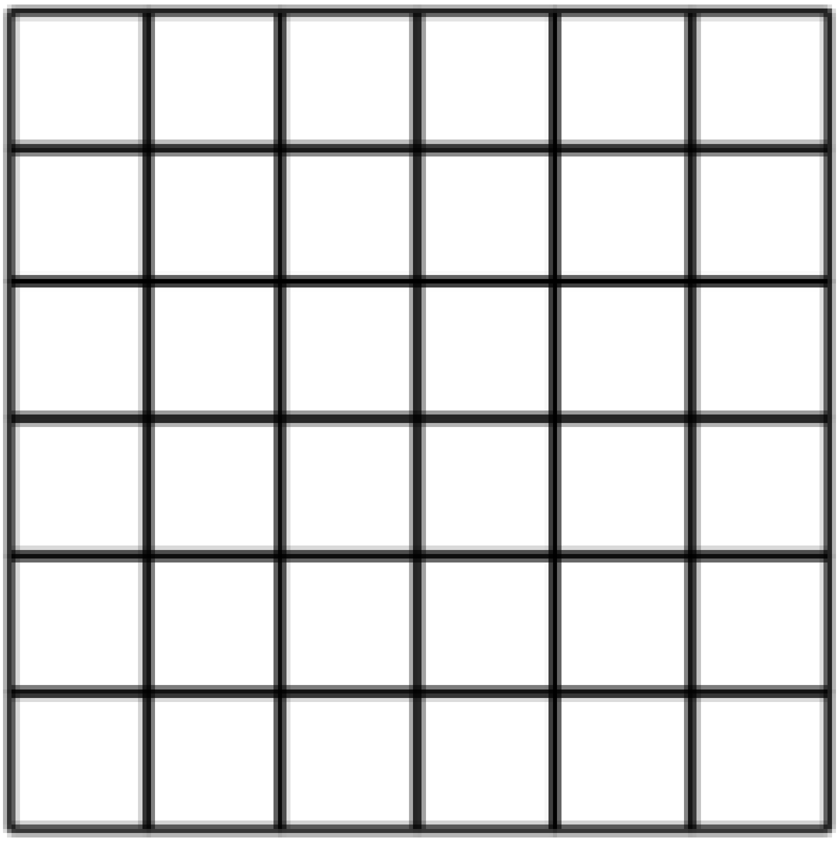
Placera ut svarta och vita brickor på ett 6*6 kvadrat så att 6 rutor förblir tomma. Resten av rutorna innehåller en bricka var och det ligger ett jämnt antal vita samt ett jämnt antal svarta brickor i varje rad och i varje kolumn

NMCC Semifinal 2018

Kvadrater att testa på. Skriv ut s och v i rutorna

NMCC Semifinal 2018

Svarsark till Uppgift 3.

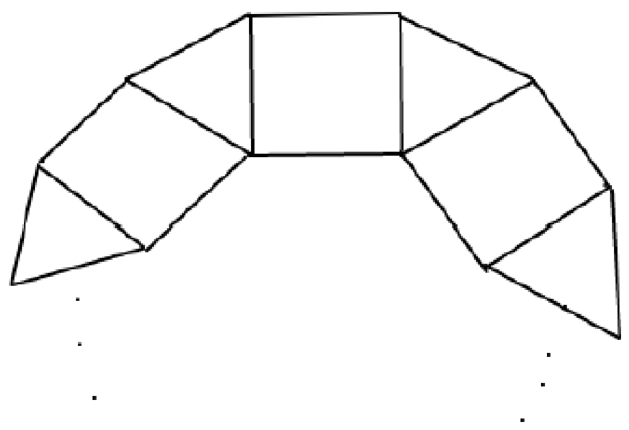


NMCC Semifinal 2018

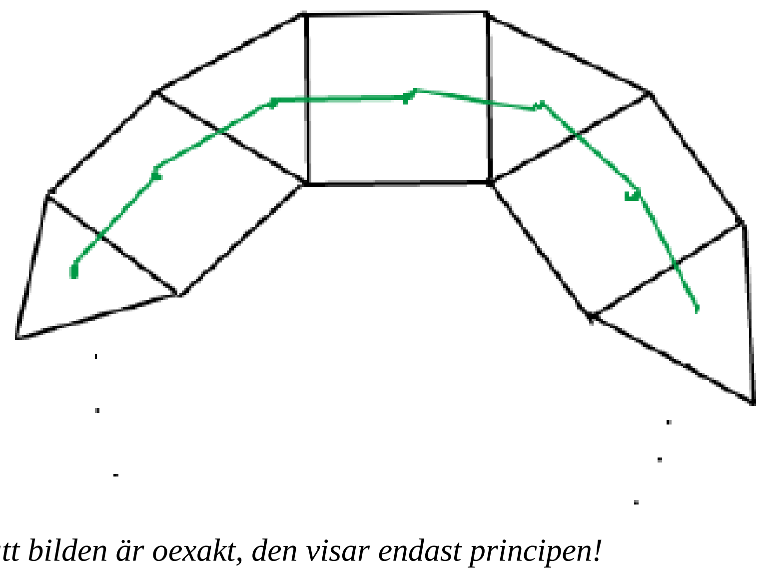
Uppgift 4:

Material. 2 st kvadrater och 2 st liksidiga trianglar utklippta från tjockt papper. Båda figurernas sidor är lika. Papper att rita av dessa figurer på.

Man bygger en figur med hjälp av kvadrater och liksidiga trianglar som börjar så här och fortsätter sedan: varannan kvadrat och varannan triangel:



Man markerar sedan mittpunkterna på varje figur och förbinder de med sträckor så som bilden visar:



Observera att bilden är oexakt, den visar endast principen!

(a) Hur många hörn kommer månghörningen som bildas av dessa sträckor att ha?

(b) Vad kommer den ha för vinklar?

NMCC Semifinal 2018

Uppgift 5:

Elis ska slå in pin-koden på sin gamla mobiltelefon. Koden är fyrsiffrig, men Elis kommer inte ihåg exakt vad den är. Han kommer dock ihåg att:

- Siffrorna i koden kom från alla de olika fyra raderna på tablån.
- Summan av de första tre siffrorna var lika med den fjärde.
- Två på varandra följande siffror i koden låg inte i angränsande rutor på skärmen, inte ens diagonalt.

Vilka kombinationer behöver Elis testa för att med säkerhet bestämma pin-koden?

NMCC Semifinal 2018

Svarspapper till Uppgift 5: **Skola**________________________________

Ange de kombinationer ni hittat här:

NMCC Semifinal 2018

Uppgift 6:

På en analog klocka rör sig timvisaren och minutvisaren kontinuerligt. Vid ett visst klockslag mellan kl 12.00 och kl 13.00 var minsta vinkeln mellan visarna 30^{o}. Sedan gick det en kvart.

Vad kan minsta vinkeln mellan visarna vara nu? Ange alla möjliga svar.

Svarspapper till Uppgift 6

Skriv ner **hur** ni fått fram ert svar här:

NMCC Semifinal 2018

Uppgift 7:

Jonas tycker om siffran 9. Han tycker mycket om heltal som har en siffersumma som är lika med 9, t.ex. talet 2016, eftersom 2+0+1+6=9. Jonas tycker dock bäst om tal som har en siffersumma som i sin tur har en siffersumma som är lika med 9.

Elin tycker om siffran 6. Hon tycker mycket om heltal som har sifferprodukten 6, till exempel talet 231, eftersom $2 \cdot 3 \cdot 1 = 6$. Hon tycker dock bäst om tal vars sifferprodukt har en sifferprodukt som är lika med 6.

(En siffersumma liksom en sifferprodukt måste beräknas på tal med minst två siffror)

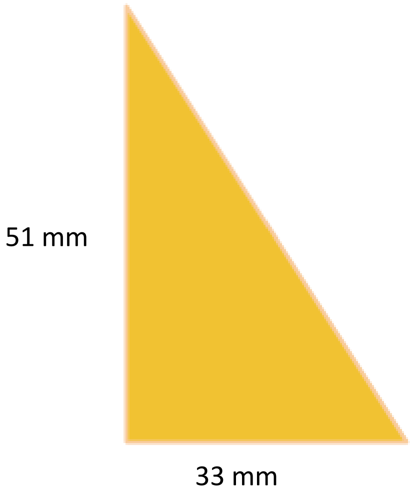
Skriv ner ett exempel på ett positivt heltal som både Jonas och Elin tycker bäst om.

Svarspapper till Uppgift 7

NMCC Semifinal 2018

Uppgift 8:

Ellinor har jättemånga pusselbitar av plast som alla ser likadana ut, de är rätvinkliga trianglar med kateterna exakt 51 mm och 33 mm:



Hon byggde ihop en kvadrat av plastbitarna, utan att ha hål eller överlapp. Kvadraten har den minsta möjliga storleken.

Hur många bitar gick åt? Förklara hur Ellinor kan ha byggt kvadraten.

Svarspapper till Uppgift 8

NMCC Semifinal 2018

Lösningar:

Uppgift1:

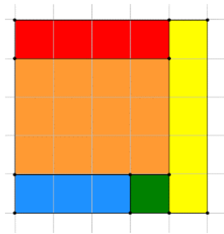
Om de gick 12 km den mittersta dagen, så gick de 14 km dagen för och 10 km dagen efter. 14+12+10 = 36 km, för lite.

Vi lägger på ytterligare två dagar: 16+14+12+10+8 = 60 km, för lite.

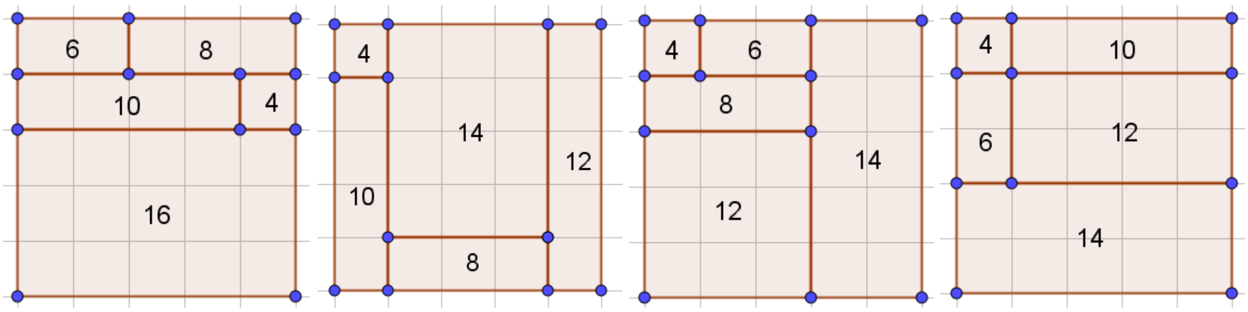
Vi lägger på ytterligare två dagar: 18+16+14+12+10+8+6 = 84 km, exakt som det ska vara.

Alltså gick fjällvandrarna i sju dagar.

Uppgift 2:



Det går att göra på flera sätt, t.ex. så här:

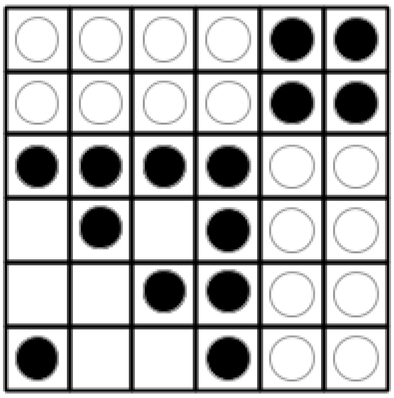


Notera att man även skulle kunna ha ”halvmått” på vissa rektanglar, t.ex. en 3,5 cm x 2 cm-rektangel har både heltalsarea och heltalsomkrets, även om inte alla sidorna är heltal.

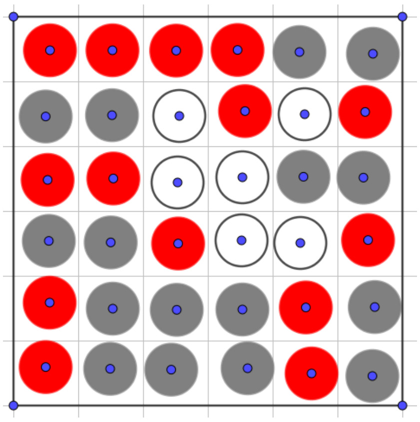
NMCC Semifinal 2018

Uppgift 3:

Det går till exempel att göra så här:

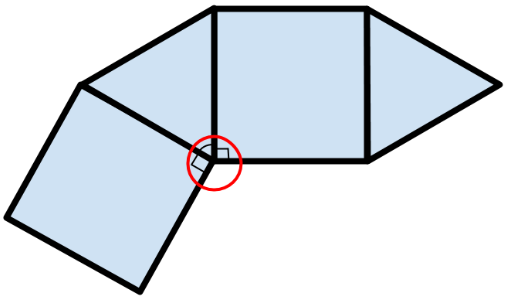


s	v	s	v	s	v
v	s		v		s
s	v	s			v
s	v			v	s
v	s	v	s	s	v
v	s	v	s	v	s



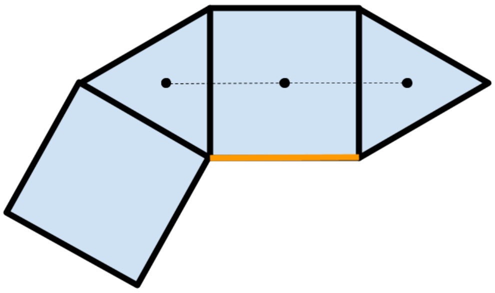
Uppgift 4:

Först kollar vi på det inre ''hålet''. Alla dess sidor är lika stora och varje vinkel är lika med $360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ grader.

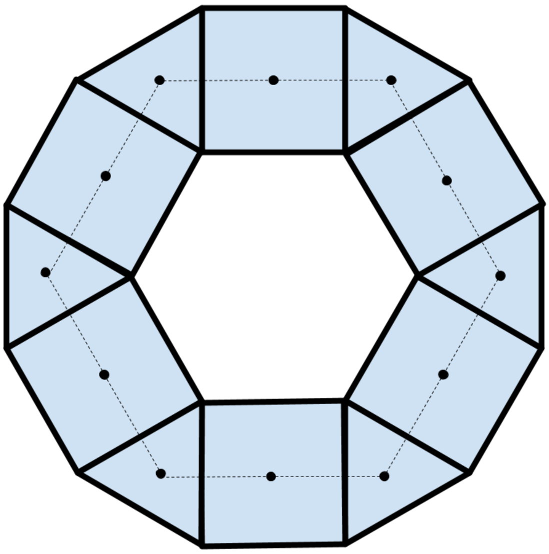


Således kommer hålet bli en hexagon, eftersom det är den figuren som har sådana vinklar.

Notera även att triangelcentrum-kvadratcentrum-triangelcentrum bildar en och samma sträcka (då det är del av symmetriaxeln för figuren som består av en kvadrat och två trianglar), som är dessutom parallell med hålets ena sida.



Därför kommer vår figur också vara en hexagon med samma vinklar som hålet har. Så vinklarna på vår figur är också 120°. Så här kommer den färdigbyggda figuren att se ut:



Uppgift 5:

Eftersom den sista siffran är lika med summan av de övriga tre, så är den störst och kommer från den största raden: 7, 8 eller 9.

Siffran 0 måste vara med, eftersom det är den enda i sin rad.

Vi skriver upp möjliga summor och sedan funderar på ordningen i vilken siffrorna kom:
0+1+6=7
0+2+5=7
0+3+4=7
0+1+7=8 (går ej, eftersom 7 och 8 är från samma rad)
0+2+6=8
0+3+5=8
0+1+8=9 (går ej)
0+2+7=9 (går ej)
0+3+6=9
0+4+5=9 (går ej)

NMCC Semifinal 2018

Så det finns 6 alternativ på vilka siffror det kunde vara, 0167, 0257, 0347, 0268, 0358, 0369, nu ska vi lista ut möjliga ordningar.

0167: Eftersom 7 är sist, kan inte 0 vara näst sist. Om 6 är näst sist, så finns det två möjligheter: 0167 och 1067. Om 1 är näst sista, så finns det också två möjligheter: 0617 och 6017.

0257: Eftersom 7 är sist, kan inte 0 eller 5 vara näst sist. Så 2 måste vara näst sist. 2 och 5 kan inte komma efter varandra, så då måste 5 vara först. Det finns alltså en möjlighet: 5027.

0347: På samma sätt som innan kan inte 0 eller 4 vara näst sist, så 3 måste vara det. I övrigt spelar det ingen roll i vilken ordning 0 och 4 kommer, så vi får två möjligheter: 0437 och 4037.

0268: Här måste 2 vara näst sist, och då är 6 först, så det finns en möjlighet: 6028.
0358: Här måste 3 vara näst sist, och då är 5 först, så det finns en möjlighet: 5038.

0369: Här måste 3 vara näst sist, och då är 6 först, så det finns en möjlighet: 6039.

Totalt är det 10 möjligheter: 0167, 0617, 1067, 6017, 5027, 6028, 0437, 4037, 5038, 6039.

Uppgift 6:

Timvisaren rör sig ett helt varv (360°) på 12 timmar, alltså 30° på en timme eller $7{,}5^\circ$ på en kvart.

Minutvisaren rör sig ett helt varv på 1 timme, alltså 90° på en kvart.

Det betyder att om minutvisaren var 30° bakom timvisaren, så kommer den om en kvart ligga $90^\circ-30^\circ-7{,}5^\circ = 52{,}5^\circ$ framför.

Om timvisaren låg 30 bakom minutvisaren, så kommer minutvisaren dra iväg och om en kvart ligga $30^\circ+90^\circ-7{,}5^\circ=112{,}5^\circ$ före timvisaren.

Uppgift 7:

För Jonas del kan talet vi söker ha en siffersumma som är lika med 18, eftersom siffersumman för talet 18 är lika med 9.

För Elins del kan talet vi söker ha en sifferprodukt som är lika med 32, eftersom sifferprodukten för talet 32 är lika med 6.

Ett tal som fungerar är t.ex. 11111184.

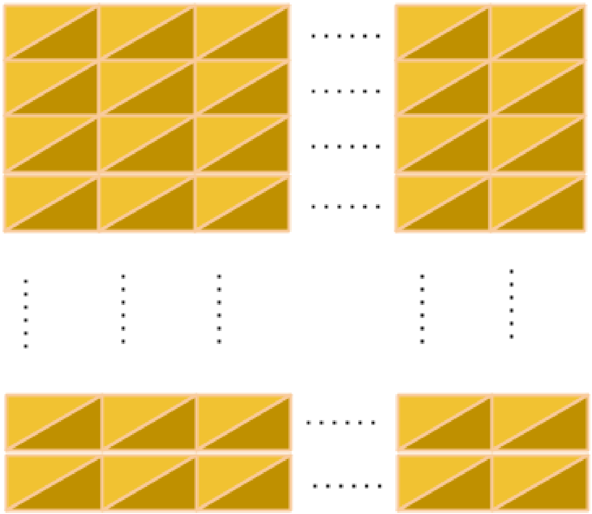
Uppgift 8:

Två trianglar bildar en rektangel med sidorna 51 och 33. Det minsta talet som är delbart med både 51 och 33 är 561=17*3*11.

NMCC Semifinal 2018

Det går att bygga en 561x561-kvadrat genom att lägga 11 st. rektanglar på rad med långsidan upp.

Sedan lägger vi 17 sådana grupper under varandra för att den andra sidan ska bli lika med 561=17*33 också.



Totalt går det åt 2*11=22 trianglar på en rad. För hela kvadraten går det åt 17*22=374 sådana trianglar