

Sigma 8 Omgång 2 läsåret 2012-2013

Dessa uppgifter är gjorda av NMCC.
Nordic Math Class Competition

Uppgifterna löses i grupp och hela klassen ska vara överens om vad de ska svara på uppgifterna. Läraren sänder in klassens gemensamma svar på alla uppgifterna.

Poänggivningen är som följer:

Rätt svar: 5p

Fel svar: 0p

Blankt Svar: 1p

Om det kan förekomma fler svar på en uppgift så ger ett rätt svar 2p

Arbetstiden för uppgifterna är 90 minuter.

Följande hjälpmedel är **inte** tillåtet: Kommunikationsmedel som mobiltelefon eller liknande samt Internet.

Endast de elever som är i klassrummet ska kommunicera med varandra

Men datorer och räknare är tillåtna.

Uppgift 1 Målare

Ett målarjobb kan fullföljas av fem målare på 17 dagar när alla målare arbetar lika fort. Efter 5 dagar kommer det en extra målare så att jobbet kan bli fortare färdigt. Hur många dagar fortare blir jobbet klart om den extra målaren jobbar lika fort som de andra?



Uppgift 2 Antal fyrsiffriga tal

Hur många fyrsiffriga tal finns det som består av fyra olika siffror?

(OBS! Ett äkta fyrsiffrigt tal kan inte ha siffran 0 som första siffra!)

Sigma 8 Omgång 2 läsåret 2012-2013

Uppgift 3 Hur många målade sidor?

En stor kub målas blå på alla sidor. Sedan sågas den i tusen små kuber, som alla är lika stora. Hur många små kuber finns det då som har

- a) två blåa sidor b) en blå sida c) ingen blå sida alls ?

Uppgift 4 En cykeltur

Hanna har beslutat sig för att cykla till sin dotter Pia. Hon cyklar med medelhastigheten 20 km/h och är framme kl. 13.00. Om hon cyklar litet saktare, dvs. med medelhastigheten 15 km/h, är hon framme kl. 13.40. När startade Hanna hemifrån och hur lång väg var det till dottern Pia?



Uppgift 5 Punkter på cirkeln

De fyra punkterna $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(0, -1)$ och $(-1, 0)$ är de enda punkterna med heltalskoordinater på cirkeln $x^2 + y^2 = 1$ där radien är 1.

Här kan ni se att koordinaterna stämmer in på ekvationen som beskriver en cirkel med radien 1 $x^2 + y^2 = 1^2$

$$0^2 + 1^2 = 1^2 \text{ och } 1^2 + 0^2 = 1^2 \text{ och } 0^2 + (-1)^2 = 1^2 \text{ och } (-1)^2 + 0^2 = 1^2$$

Vilken är den minsta cirkeln, med heltalsradie, som har fler än fyra punkter med heltalskoordinater?

Ge svaret i form av cirkelns radie (heltal) och antalet punkter med heltalskoordinater.

Sigma 8

Omgång 2 läsåret 2012-2013

Uppgift 6 Hur många barn?

Från två skilda källor kom uppgifter om hur många barn som fötts på de tre orterna A, B och C under det senaste året. En källa konstaterade kort att det sammanlagt på de tre orterna fötts över 100 barn men att det inte på någon enskild ort fötts över 100 barn. Den andra källan meddelade att det på ort A fötts 40 % fler barn än på ort B, medan det på ort C fötts bara 40 % av det antal barn som fötts på ort A.

Hur många barn hade det fötts på ort C?

Uppgift 7 Klockan

Klockan på bilden visar exakt 12 och den långa visaren täcker den korta visaren.

Detta inträffar igen efter kl. 13 och efter kl. 14.

Klockans båda visare rör sig med jämn hastighet hela tiden.

Hur mycket är klockan när detta inträffar den första gången efter kl. 15 ?

Ge svaret i hela timmar, minuter !



Sigma 8 Omgång 2 läsåret 2012-2013

Uppgift 8 Algebra och matematik

I figurerna nedan kan man läsa ALGEBRA och MATEMATIK på många olika sätt, beroende på vilken väg man väljer att gå från A till A och från M till K.

På hur många olika sätt kan man alltså läsa a) ALGEBRA och b) MATEMATIK ?

A	L	G
L	G	E
G	E	B
E	B	R
B	R	A

M	A	T	E	M
A	T	E	M	A
T	E	M	A	T
E	M	A	T	I
M	A	T	I	K

Sigma 8

Omgång 2 läsåret 2012-2013

Lösningförslag:

1. 2 dagar

$5 \cdot 17 = 85$ Målararbetet $5 \cdot 5 = 25$ 60 målararbete kvar på 6 målare ger 10 dagar
Alltså totalt $5+10$ dagar =15 dagar totalt. 2 dagar snabbare

2. 4536 tal

$$9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$$

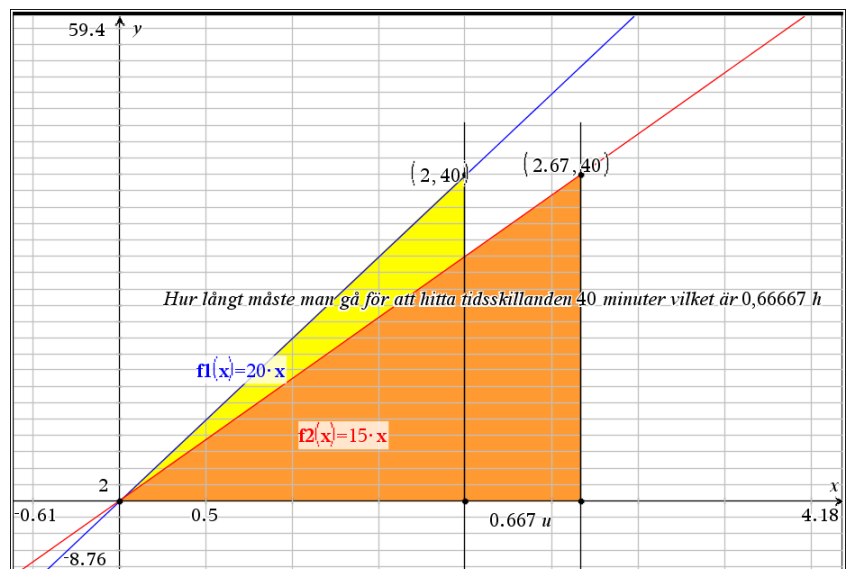
3. a) 96 b) 384 c) 512

4. 11.00 40 km

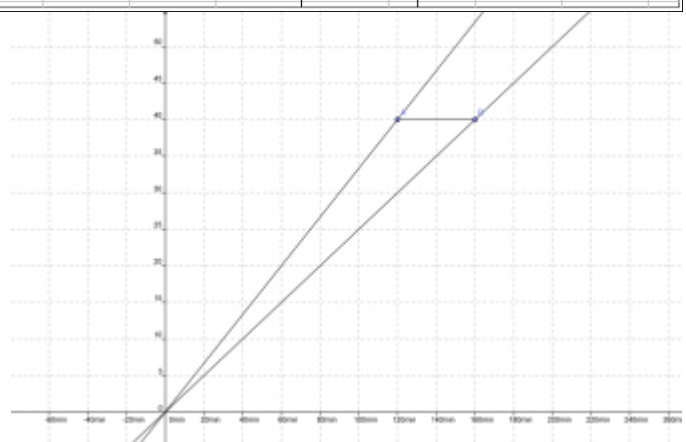
$$20 \cdot t = 15 \cdot (t + 2/3) \quad 20 \cdot t = 15 \cdot t + 15 \cdot 2/3 \quad 5t = 10 \quad t = 2$$

Svar: kl 13 minus 2 h är kl 11. Sträckan är då $20 \cdot 2 = 40$ km

Grafisk lösning:



eller



AB=40 min; Läs av y-axeln: 40 km, som tar två timmar att åka med hastigheten 20 km/h. Då startar Pia kl 11

Omgång 2 läsåret 2012-2013

5. radien 5 , 12 punkter

En cirkel har ekvationen

$$x^2+y^2=r^2$$

Radien 1 ger 4 punkter (1,0) (0,1) (-1,0) (0,-1)
 Radien 2 ger 4 punkter, Radien 3 ger 4 punkter
 Radien 4 ger 4 punkter , Radien 5 ger 12 punkter

A	B	C	D	E
		= 'x^2+y^2		
1	5	0	25	
2	4	3	25	
3	0	5	25	
4	-3	4	25	
5	-4	3	25	
6	-5	0	25	
7	-4	-3	25	
8	-3	-4	25	
9	0	5	25	
10	3	-4	25	
11	4	-3	25	
12				

6. 28 barn

$$A=1,40*B \quad C=0,40*(1,40B)$$

$$1,40B+B+0,40(1,40B)>100$$

$$2,96B>100$$

$$A=70$$

$$B=50$$

$$C=28$$

	A	B	b	C	D
	= 1.4*b			= 0.4*1.4*b	
1	47.6	34		19.04	
2	49.	35		19.6	
3	50.4	36		20.16	
4	51.8	37		20.72	
5	53.2	38		21.28	
6	54.6	39		21.84	
7	56.	40		22.4	
8	57.4	41		22.96	
9	58.8	42		23.52	
10	60.2	43		24.08	
11	61.6	44		24.64	
12	63.	45		25.2	
13	64.4	46		25.76	
14	65.8	47		26.32	
15	67.2	48		26.88	
16	68.6	49		27.44	
17	70.	50		28.	
18					
	B	b			

Sigma 8

Omgång 2 läsåret 2012-2013

7. kl. 15.16.22

Timmvisaren: 30° på 60 min $1/120$ grader på 1 s

Minutvisaren : 360 grader på 60 min ;6 grader på 1 min; $1/10$ grader på 1 s. Tim-och minutvisarna bildar lika stora vinklar med linje som går genom 12 när de täcker varandra.

x:sekunder efter kl 15.00

$$x/10=90+x/120$$

$$12x=10800+x$$

$$11x=10800$$

$$x=981 \quad 9/11 \approx 16 \text{ min } 21,81\text{s}$$

8. a) 15 b) 70 Här ska man läsa ordet vilket sker från vänster till höger och man kan gå rakt ner till en bokstav och läsa vidare . (Inga diagonala läsningar eller gå "baklänges"

Lösningsförslag: Antalet kombinationer beror på hur tidigt du väljer att svänga till höger eller neråt. Om man undersöker antalet kombinationer när man svänger på olika sätt uppstår följande mönster i uppgift b):

5 4 3 2 1	4 3 2 1	3 2 1	2 1	1
4 3 2 1	3 2 1	2 1	1	
3 2 1	2 1	1		
2 1	1			
1				

Sammanlagt är det 70 kombinationer.

Sigma 8



Omgång 2 läsåret 2012-2013

Vi undersöker a närmare:

3 2 1 2 1 1
 21 1
 1

Sammanlagt 15 kombinationer..

a l g	11 12 13		=15 kombinationer
l g e	21 22 23		
g e b	31 32 33		
e b r	41 42 43		
b r a	51 52 53		

(3 2 1)
 11 12 13 23 33 43 53
 11 21 31 41 51 52 53 11 12 22 23 33 43 53
 11 12 22 32 42 52 53 11 12 22 32 33 43 53 11 12 22 32 42 43 53

(2 1)
 11 21 22 23 33 43 53
 11 21 22 32 42 52 53 11 21 22 32 33 43 53

(1)
 11 21 22 32 42 43 53

(2 1)
 11 21 31 32 33 43 53
 11 21 31 32 42 52 53 11 21 31 41 42 43 53

(1) **(1)**
 11 21 31 41 42 43 53 11 21 31 41 42 52 53

Gör en egen undersökning av ett 11 bokstäver långt ord : SUBTRAKTION