



SigmaÅtta Final

Uppgifter gjorda av:

***NMCC - Nordic Math Class Competition
Och dessa medlemmar i de 5 nordiska
länderna.***

SigmaÅtta



M
∞ Oändlig
Matematik

Finalen består av fem uppgifter

Vi skall ha en vinnare

Om detta inte är gjort efter fem uppgifter blir det extrauppgift.

Uppgift 1

Ett trolls berättelse

- En ung pojke hade en stor önskan att bli rik. Alla sa till honom att han skulle få ett jobb eller göra ett avtal med trollet. Men han trodde inte att trollet kunde hjälpa honom.
- Knappt hade han tänkt tanken innan trollet kom från bron över bäcken.
- Jaha, du vill bli rik, sa trollet.
- Pojken nickade.
- Allt du behöver göra är att korsa bron över bäcken. Varje gång du gör det, kommer pengarna i fickan att fördubblas.
- Pojken skyndade mot bron, men trollet stoppade honom. Eftersom jag är så snäll mot dig, tycker jag du ska ge mig lite för mitt besvär.
- Kan du ge mig 8 kronor varje gång du passerar bron?
- Pojken nickade och var överens med trollet. Han skyndade nu över bron.
- Han stack handen i fickan, och som genom ett trollslag, fann han att hans pengar hade fördubblats.
- Han kastade 8 kronor till trollet och skyndade än en gång över bron. Samma sak hände att hans pengar hade fördubblats och han kastade 8 kronor till trollet.
- När han tredje gången korsat bron och fördubblat sina pengar och kastat 8 kr till trollet, hade han inga pengar kvar.
- Trollet skrattade och försvann.
- Hur mycket pengar hade pojken till att börja med?



15-Oct-14



15-Oct-14

Uppgift 2 Byten

- Ni lägger 4 röda och 4 blå brickor i en rad.



- Ni skall byta plats på två "grannbrickor" , brickor som ligger bredvid varandra, tills brickorna ligger som bilden visar.



- a) Hur många gånger måste ni byta plats på brickor , som ligger bredvid varandra, för att få detta mönster?
- Ni ska göra det med så få byten som möjligt!
- b) Hur många byten behövs om det är fem brickor av varje färg? (med så få byten som möjligt)
- Undersök och gör en tabell (fortfarande med minsta antal byten) :

Uppgift 2 Byten

- b) Hur många byten behövs om det är fem brickor av varje färg? (med så få byten som möjligt)
- Undersök och gör en tabell (fortfarande med minsta antal byten) :

- c) Skriv en formel som visar hur många byten man behöver minst göra om man har n brickor av varje färg.

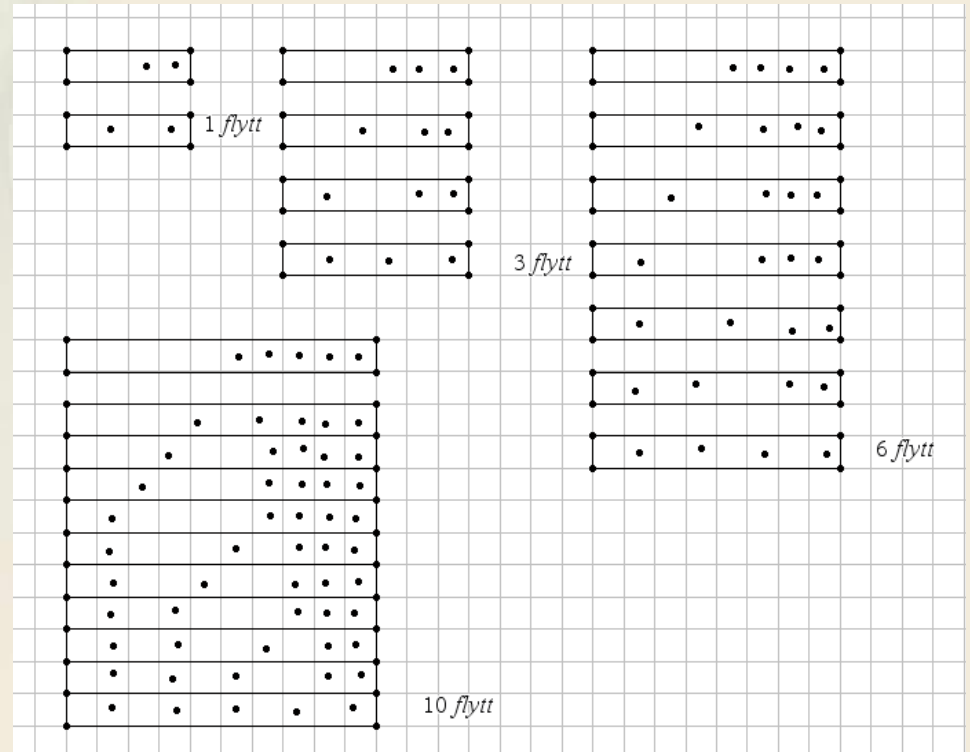
Antal brickor av varje färg	Antal byten
2	
3	
4	
5	
6	
7	



15-Oct-14

Uppgift 2 lösning

Antal brickor av färg.	Antal byten
2	1
3	3
4	6
5	10
6	15
7	21



Generell regel

$$n*(n-1)/2 = (n^2-n)/2$$



15-Oct-14

Uppgift 3 Kolumner och rader

- Placera de tio första naturliga talen (1,2,.....,10) i fälten så att summan av talen i de två raderna och de två kolumnerna är lika



15-Oct-14

Uppgift 3: Lösningförslag

8	3	5	2
9			10
1	7	4	6



15-Oct-14

Uppgift 4 X , Y , Z

- I additionsuppställningen nedan står bokstäverna X, Y och Z för tre olika siffror, där vi vet att $x \neq 0$.
-
- Vilka siffror står x, y och z för ?

	XX
+	YY
+	ZZ
=	ZYX



15-Oct-14

Lösning till uppgift 4

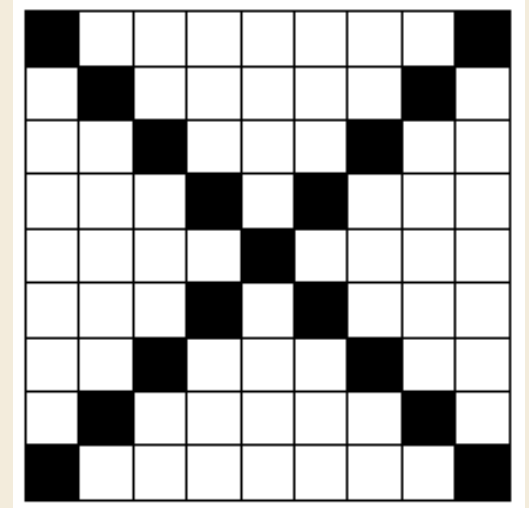
$$\bullet 88 + 99 + 11 = 198$$



15-Oct-14

Uppgift 5: Svarta diagonaler

- Figuren visar en kvadrat indelat i 9 x 9 små kvadrater.
- De små kvadraterna längs diagonalerna är färgade svarta
- a) Hur många vita kvadrater är det i figuren?
- b) Hur många vita kvadrater är det i en 10 x 10 kvadrat där diagonalerna är svartfärgade?
- c) Hur många vita kvadrater kommer det att vara i en 2012 x 2012 kvadrat där diagonalerna är svartfärgade?
- d) Hur många vita kvadrater kommer det att vara i en 2013 x 2013 kvadrat där diagonalerna är svartfärgade?
- e) Skriv en generell formel som visar hur många små vita kvadrater är det i ett $n \times n$ kvadratnät där diagonalerna är svartfärgade?





15-Oct-14

Uppgift 5 Lösningsförslag.

- $9^2 - (9 + 8) = 64$ $9^2 - 9 - (9 - 1) = 9 * 9 - 9 - 9 + 1 = 9^2 - 2 * 9 + 1$
- $10^2 - (10 + 10) = 80$ $= 10 * 10 - 10 - 10 = 10^2 - 2 * 10$
- $2012^2 - (2012 + 2012) = 4044120$ $= 2012^2 - 2 * 2012$
- $2013^2 - (2013 + 2012) = 4048144$ $= 2013^2 - 2 * 2013 + 1$
- Jämna $n^2 - 2n$ Udda $n^2 - 2n + 1$.



15-Oct-14

Extra uppgift

- Uppställningen nedan visar att ett tresiffrigt tal skall multipliceras med ett tvåsiffrigt tal.
- Därefter ska ett annat tresiffrigt tal multipliceras med ett tvåsiffrigt tal
- Alla tio siffrorna (0-9) skall användas!
- Planera siffrorna 0-9 på ett sådant sätt att differensen mellan produkterna blir minsta möjliga

<table border="1"><tr><td> </td><td> </td><td> </td></tr></table>				•	<table border="1"><tr><td> </td><td> </td></tr></table>			=	_____
<table border="1"><tr><td> </td><td> </td><td> </td></tr></table>				•	<table border="1"><tr><td> </td><td> </td></tr></table>			=	_____



15-Oct-14

Uppgift Extra: Lösningsförslag

- En lösning kan vara:
- **$243 * 56 - 189 * 70 = 378$**
- Det finns säkert fler