

Sigma 8

Nationell final läsåret 09/10

Uppgift 1

Hur många rätta svar ?

Anna, Nina och Ville har svarat på sex frågor i ett test där alla frågor hade svarsalternativen a , b , c och d och endast ett alternativ var rätt.

Anna hade svarat med raden a b c d c b och hon fick tre rätt.

Nina hade svarat med raden c d c d c d och hon fick också tre rätt.

Hur många rätt kunde Ville ha fått med sin rad b c c d c c ?

Ge svaret så att ni för varje antal rätt som ni tror Ville kan ha haft också ger ett exempel på en lämplig rätt rad.

Svarspapper Uppgift 1

	A	N	V	Rätt	Antall rätt för Ville:
1	a	c	b		
2	b	d	c		
3	c	c	c		
4	d	d	d		
5	c	c	c		
6	b	d	c		

	A	N	V	Rätt	Antall rätt för Ville::
1	a	c	b		
2	b	d	c		
3	c	c	c		
4	d	d	d		
5	c	c	c		
6	b	d	c		

	A	N	V	Rätt	Antall rätt för Ville:
1	a	c	b		
2	b	d	c		
3	c	c	c		
4	d	d	d		
5	c	c	c		
6	b	d	c		

	A	N	V	Rätt	Antall rätt för Ville:
1	a	c	b		
2	b	d	c		
3	c	c	c		
4	d	d	d		
5	c	c	c		
6	b	d	c		

	A	N	V	Rätt	Antall rätt för Ville:
1	a	c	b		
2	b	d	c		
3	c	c	c		
4	d	d	d		
5	c	c	c		
6	b	d	c		

	A	N	V	Rätt	Antall rätt för Ville:
1	a	c	b		
2	b	d	c		
3	c	c	c		
4	d	d	d		
5	c	c	c		
6	b	d	c		

	A	N	V	Rätt	Antall rätt för Ville:
1	a	c	b		
2	b	d	c		
3	c	c	c		
4	d	d	d		
5	c	c	c		
6	b	d	c		

Arbetspapper för Uppgift 1

	A	N	V
1	a	c	b
2	b	d	c
3	c	c	c
4	d	d	d
5	c	c	c
6	b	d	c

	A	N	V
1	a	c	b
2	b	d	c
3	c	c	c
4	d	d	d
5	c	c	c
6	b	d	c

	A	N	V
1	a	c	b
2	b	d	c
3	c	c	c
4	d	d	d
5	c	c	c
6	b	d	c

	A	N	V
1	a	c	b
2	b	d	c
3	c	c	c
4	d	d	d
5	c	c	c
6	b	d	c

	A	N	V
1	a	c	b
2	b	d	c
3	c	c	c
4	d	d	d
5	c	c	c
6	b	d	c

	A	N	V
1	a	c	b
2	b	d	c
3	c	c	c
4	d	d	d
5	c	c	c
6	b	d	c

	A	N	V
1	a	c	b
2	b	d	c
3	c	c	c
4	d	d	d
5	c	c	c
6	b	d	c

	A	N	V
1	a	c	b
2	b	d	c
3	c	c	c
4	d	d	d
5	c	c	c
6	b	d	c

	A	N	V
1	a	c	b
2	b	d	c
3	c	c	c
4	d	d	d
5	c	c	c
6	b	d	c

Uppgift 2: Hur stor bråkdel?

Sträckan AB delas av punkten X så att $AX : XB = 3 : 7$ ($\frac{AX}{XB} = \frac{3}{7}$)

Sträckan AB delas också av punkten Y så att $AY : YB = 5 : 9$. ($\frac{AY}{YB} = \frac{5}{9}$)



Hur stor bråkdel är sträckan XY av sträckan AB ?

Uppgift 3

Egyptiska bråk

Egypterna använde bara bråk med täljare 1

Utmaningen ni får är att skriva en hel (1) som en summa av bråk med täljaren 1 och olika nämnare.

Är det möjligt att göra det med

1. Två bråk
2. Tre bråk
3. Fyra bråk
4. Fem bråk
5. Sex bråk

Om det inte är möjligt att skriva talet 1 med något av alternativen ovan ska ni motivera varför det inte är möjligt.

Är det möjligt med flera lösningar till någon av punkterna 1-5?

Uppgift 4

Hur många områden?

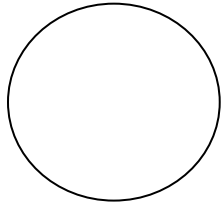
En cirkel består av 1 område.

Två cirklar som skär varandra kan maximalt bestå av 3 områden

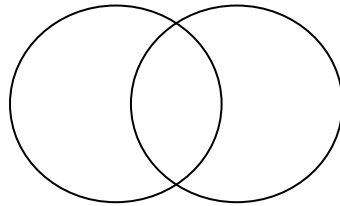
Tre cirklar som skär varandra kan maximalt bestå av

Fyll i tabellen i svarsarket.

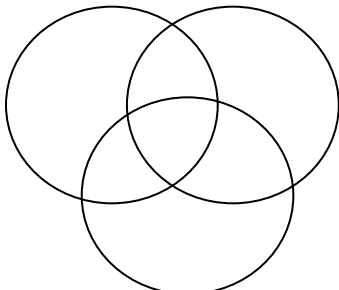
Svarspapper. Uppgift 4



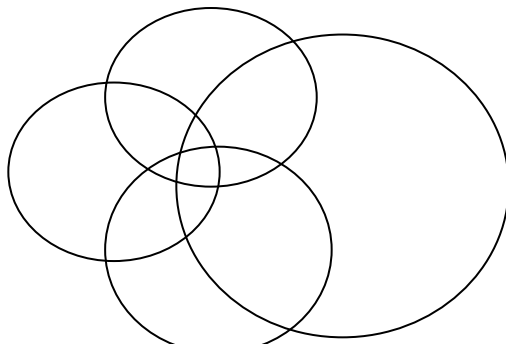
1 cirkel



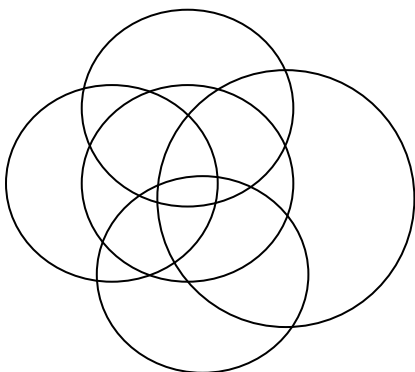
2 cirklar



3 cirklar



4 cirklar



5 cirklar

Antal cirklar	Max. område
1	1
2	3
3	
4	
5	
6	
7	
8	
n	

Lösningförslag:

Uppgift 1 – Hur många rätta svar?

Det är möjligt att Ville har fått 2, 3, 4, 5 eller 6 rätt.

Man kan lämpligen undersöka kombinationen c d c på frågorna 3-5 först!

	A	N	V	Rätt
1	a	c	b	b
2	b	d	c	c
3	c	c	c	c
4	d	d	d	d
5	c	c	c	c
6	b	d	c	c

Ville 6 rätt

	A	N	V	Rätt
1	a	c	b	d
2	b	d	c	c
3	c	c	c	c
4	d	d	d	d
5	c	c	c	c
6	b	d	c	c

Ville 5 rätt

	A	N	V	Rätt
1	a	c	b	d
2	b	d	c	a
3	c	c	c	c
4	d	d	d	d
5	c	c	c	c
6	b	d	c	c

Ville 4 rätt

	A	N	V	Rätt
1	a	c	b	d
2	b	d	c	a
3	c	c	c	c
4	d	d	d	d
5	c	c	c	c
6	b	d	c	a

Ville 3 rätt

	A	N	V	Rätt
1	a	c	b	a
2	b	d	c	d
3	c	c	c	c
4	d	d	d	d
5	c	c	c	b
6	b	d	c	a

Ville 2 rätt

Det är inte möjligt att Ville har bara ett rätt svar.

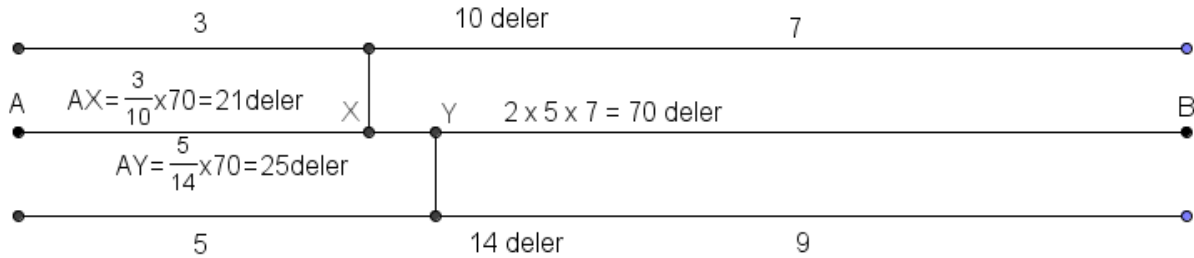
Då måste Anna och Nina ha ett rätt på uppgift 3-5. Men då är det inte möjligt att de "delar" 1,3 och 6 mellan sig så att de har två rätt vardera.

Alltså måste mionst två av svaren i 3-5 vara rätt och då har Ville minst två rätt.

Uppgift 2 – Hur stor bråkdel?

Svar: $4 / 70 = 2 / 35$.

Man kan beräkna $5 / 14 - 3 / 10$ eller $1 - 3 / 10 - 9 / 14$.



$$25 \text{ deler} - 21 \text{ deler} = 4 \text{ deler}, \quad \frac{4}{70} = \frac{2}{35}$$

Eller så kan man se att $3x + 7x = 1$ vilket ger $x=1/10$ och $5y+9y=1$ vilket ger $y=1/14$

$$5y-3x \text{ är då } 5/14-3/10 = 50/140-42/140=8/140=2/35$$

Uppgift 3 – Egyptiska bråk

1. Omöjligt. $\frac{1}{2}$ är det största egyptiska bråket. Vi behöver $\frac{1}{2}$ till och alla andra egyptiska bråk är mindre än $\frac{1}{2}$.

2. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

3. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$

4. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24},$

5. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24}$

Uppgift 4 – Hur många områden?

Antal cirklar	1	2	3	4	5	6	7	8	n
Max. Område	1	3	7	13	21	31	43	57	$n(n-1) + 1$

Uppgift 5 – Lägga trädgårdsgång.

Längd i fot	1	2	3	4	5	6	7	8	n
Antal möjligheter	1	2	3	5	8	13	21	34	$S_n = S_{n-1} + S_{n-2}$ då $n > 2$