



Sigma8

NMCC 2009 – 2010
Nordic Math Class Competition

Nationell Semifinal

Nödvändigt material

Uppgift 1: Inga speciella hjälpmedel.

Uppgift 2: Påse med 30 st plastbrickor

Uppgift 3: Inga speciella hjälpmedel

Uppgift 4: Inga speciella hjälpmedel

Uppgift 5: Svarsark med koordinatsystemet utritat

Uppgift 6: Ett kuvert med olivfärgade centikuber. 6 gröna, 25 av färg 1 och 50 av färg 2

Uppgift 7: Inga speciella hjälpmedel

Uppgift 8: Inga speciella hjälpmedel

Uppgift 1: Växelpengar

I landet Nordia heter valutan NOR.

1 NOR är 100 cent och i Nordia kan man använda dessa mynt:

50 cent

25 cent

10 cent

5 cent

1 cent

En kunde bad om att få växla 1 NOR i kassan.

Expediten tittade i kassan och beklagade att hon inte kunde växla 1 NOR med de mynt hon hade.

”Kan du växla en 50.cent då?” frågade kunden.

Expediten ruskade på huvudet. ” Jag kan inte heller växla en 25- cent , en 10 cent eller en 5-cent”

Kunden frågade om hon hade mynt alls i kassan och det hade hon. Hon hade 1,15 NOR.

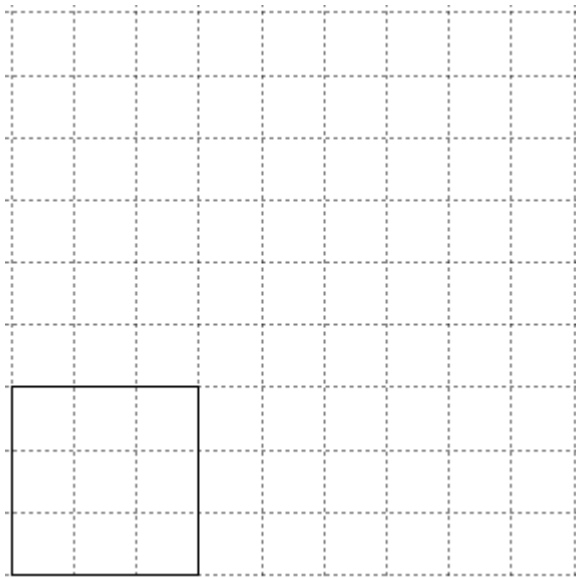
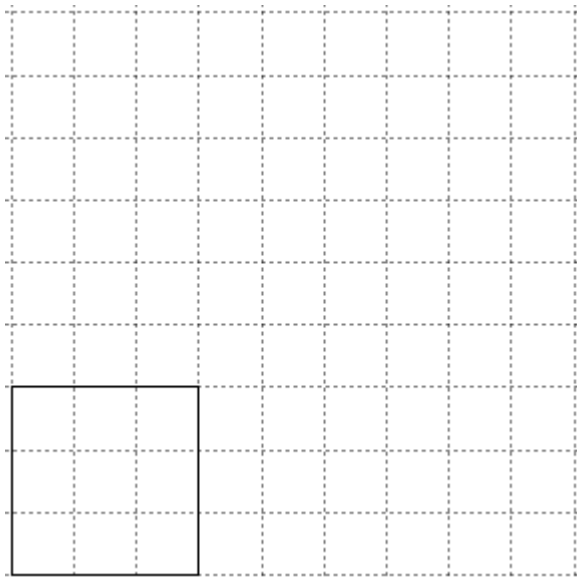
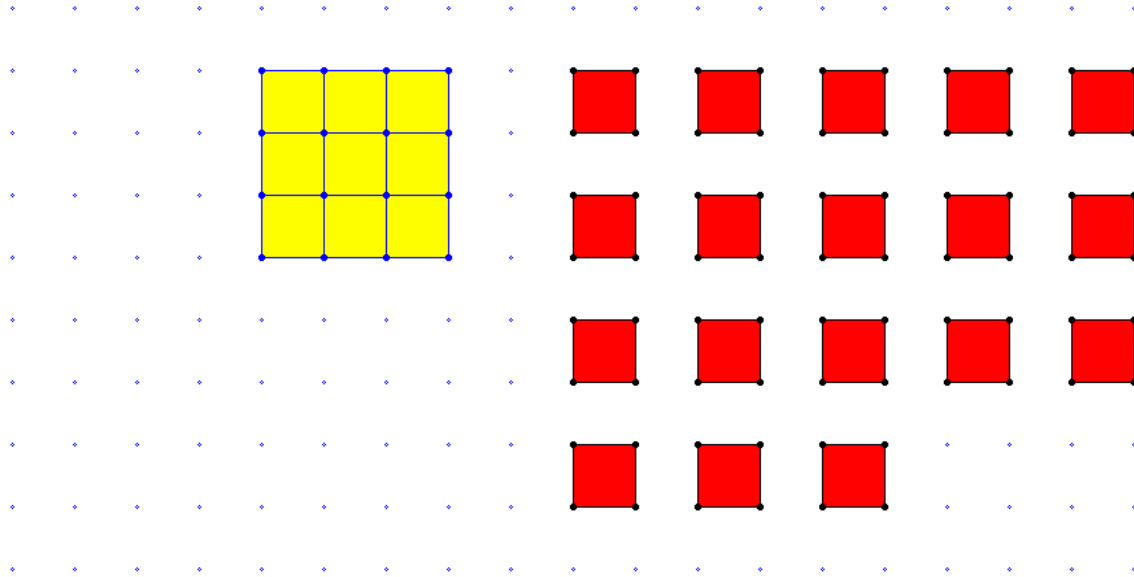
Exakt vilka mynt hade hon i kassan?

Uppgift 2: Lika stora rektangelareor

Ni bygger först en stor kvadrat som består av 9 st små kvadrater (plastbrickor) och dessutom finns det 21 st ytterligare små kvadrater (platsbrickor) i ert kuvert.

Ni ska bygga två rektanglar med **samma area** men med olika form.

Den stora kvadraten ska ingå, men ni behöver inte använda alla de små kvadraterna



Uppgift 3. Sätt in det riktiga talet.

$$\begin{array}{r} \text{WRONG} \\ + \text{WRONG} \\ \hline \text{R I GHT} \end{array}$$

Ersätt varje bokstav med ett ensiffrigt tal så att additionen stämmer.
Varje bokstav står för samma tal och olika bokstäver kan inte stå för samma tal.
Det finns flera lösningar . Ni får poäng för varje lösning ni hittar
3 lösningar ger max poäng.

Uppgift 4: 60 Ballonger

Max och Maj beslöt sig för att dekorera festsalen med ballonger när de skulle ordna en Valborgsmässofest. De köpte påsar med sammanlagt 60 ballonger och började blåsa upp ballongerna.

Efter en stund märkte Maj att hon blåste upp tre ballonger på samma tid som Max blåste upp två ballonger.

Fyra minuter efter att de börjat blåsa upp ballonger, kommer Mats och börjar hjälpa till.

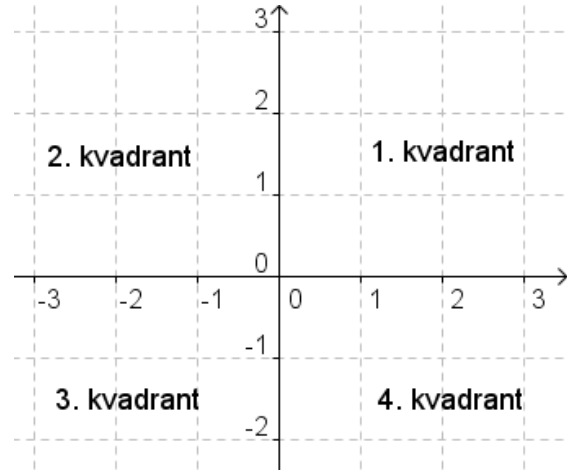
Maj märker då att Mats blåser upp fem ballonger på samma tid som hon blåser upp fyra ballonger.

Efter hur lång tid har de tillsammans blåst upp alla ballonger, om Maj hinner blåsa upp två ballonger på en minut?

Uppgift 5: Rita grafen!

Rita i koordinatsystemet in den linje, som uppfyller följande villkor.

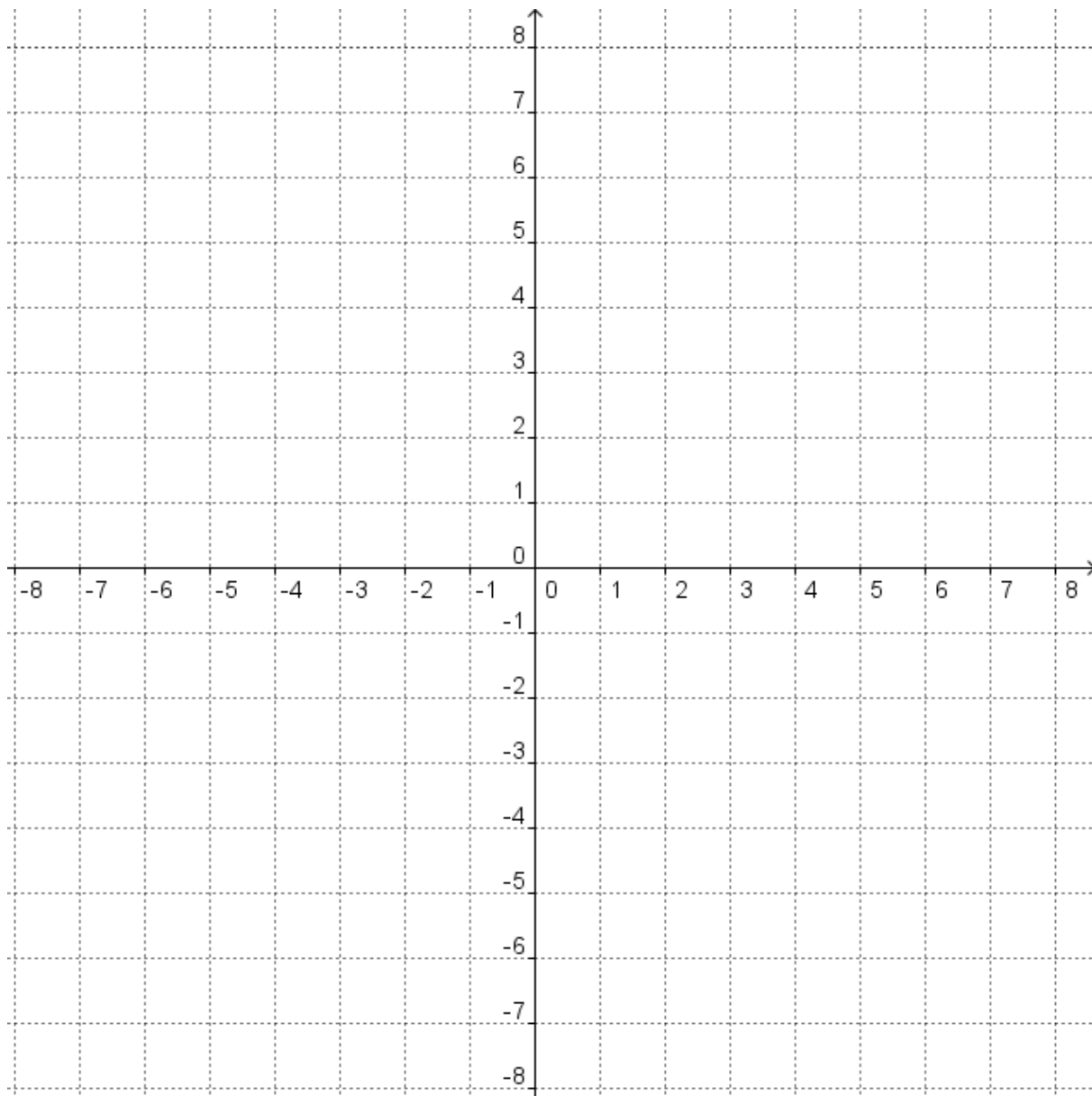
- Linjen går genom punkten $(-3, 2)$
- Linjen går genom fyra rutor i koordinatsystemet innan den återigen går genom en punkt där bägge koordinaterna är hela tal.
- Linjen går genom kvadranterna 2, 3 och 4



Ange tre andra punkter med heltalskoordinater som linjen går igenom.

Skriv linjens ekvation.

Svarspapper till Rita grafen.



Linjens uttryck:

De tre andra punkterna är: _____

Uppgift 6: Hur många röda kuber?

Ni har fått ett kuvert med kuber (centikuber) av olika färger. Alla har fått 6 st gröna kuber och sedan nya kuvert med kuber av en annan färg kallad färgad 1 och ytterligare ett kuvert med kuber av ytterligare en annan färg kallad färg 2.

Gör ett rätblock av de sex gröna kuberna genom att lägga dem på bordet 2×3 . Bygg vidare med de kuberna markerade med färg 1 så att de gröna inte syns mer. Ni skall använda så få kuber av färg 1 som möjligt. De gröna kuberna ska hela tiden ligga på bordet.

Sedan fortsätter ni att bygga med de kuberna markerade med färg 2 efter samma regel (dvs. bygg så att de kuberna av färg 1 inte syns och använd minsta möjliga antal kuber av färg 2).

Föreställ er att ni också har tillräckligt med röda kuber och skall bygga med samma regler. (dvs. Täcka så att kuber av färg 2 inte syns mer med minsta antalet röda kuber) Hur många röda kuber skall ni i så fall använda?

Uppgift 7: På cafe

Anders, Börje Carl, David , Erik och Fredrik bor i närheten av samma stad. De kommer inte lika ofta till staden.

Anders kommer varannan dag (var 2:a dag), Börje var tredje dag (3:de dag) Carl var 4:e dag, David var 5:e dag, Erik var 6:e dag och Fredrik endast var 7:e dag. Men de besöker alla samma café när de är i staden och alla besök i staden sker vid samma tidpunkt på dygnet.

På det viset möts 2, 3 och 4 av dem ofta.

Hur många gånger möts precis 5 av dem under ett år?

Hur många dagar går det innan alla 6 möts i staden återigen?

Uppgift 8: Diskotek

Nils, Karl och Johan skall gå på ett diskotek.

Karl har 40 kronor mer än Nils och Johan har 85 kr mer än Karl.

Om Johan ger 10 kr till Nils har han precis dubbelt så mycket pengar som Nils.

Hur mycket pengar har de tillsammans?



Lösningförslag

Uppgift 1. Växelpengar

Ekspediten kan inte växla en NOR. Då kan hon inte ha mer än en 50 cent i kassan.
Hon kan inte växla en 50 cent. Då kan hon inte ha mer än en 25 cent och inte mer än fyra 10 cent mynt

Hon kan inte växla en 10 cent. Då kan hon inte ha mer än en 5 cent i kassan.. Eftersom hela inte kunde växla en 5 cent hade hon inte mer än fyra 1 cent mynt.

Vi får då att hon maximalt kan ha detta antal av varje mynt.

1	50 cent	0,50
1	25 cent	0,25
4	10 cent	0,40
1	5 cent	0,05
4	1 cent	0,04
<u>SUM</u>		<u>1,24</u>

Vi kan växla en NOR med dessa mynt, till exempel $50 + 25 + 2 * 10 + 5$.

Men 1,24 NOR är 0,09 NOR mer än det hon hade i kassan: 1,15 NOR.

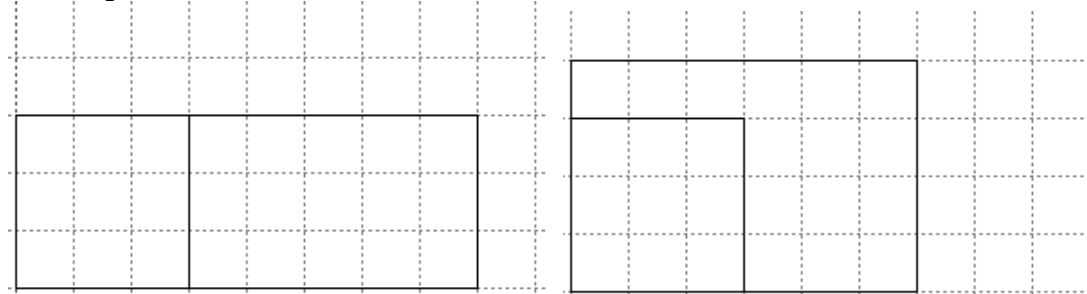
Vi ska ta bort 0,09 NOR.

Det endaste sättet att göra det är att ta bort en 5 cent och fyra 1 cent mynt.

Hon hade alltså en 50 cent, en 25 cent och fyra 10 cent i kassan

Uppgift 2 – Like stora rektanglareor

Rektanglarna ska vara 3×8 och 4×6



Uppgift 3 – SÄtt in det riktiga talet

Några möjliga lösningar:

0	1	1	1	
1	2	8	6	7
1	2	8	6	7
<hr/>				
2	5	7	3	4

0	1	1	1	
2	4	7	6	5
2	4	7	6	5
<hr/>				
4	9	5	3	0

0	0	1	1	
1	2	4	6	9
1	2	4	6	9
<hr/>				
2	4	9	3	8

0	0	1	0	
2	4	1	5	3
2	4	1	5	3
<hr/>				
4	8	3	0	6

1	0	1	1	
2	5	4	6	9
2	5	4	6	9
<hr/>				
5	0	9	3	8

1	0	1	0	
3	7	0	8	1
3	7	0	8	1
<hr/>				
7	4	1	6	2

1	1	0	1	
2	5	9	3	8
2	5	9	3	8
<hr/>				
5	1	8	7	6

1	0	1	1	
4	9	2	6	5
4	9	2	6	5
<hr/>				
9	8	5	3	0

Uppgift 4 – 60 ballonger

Förhållandet $x : y = 2 : 3 = 8 : 12$ och $y : z = 4 : 5 = 12 : 15$.

Alltså är $x : y : z = 8 : 12 : 15$,

vilket sker på tiden 6 minuter när Maj blåser upp två ballonger på en minut.

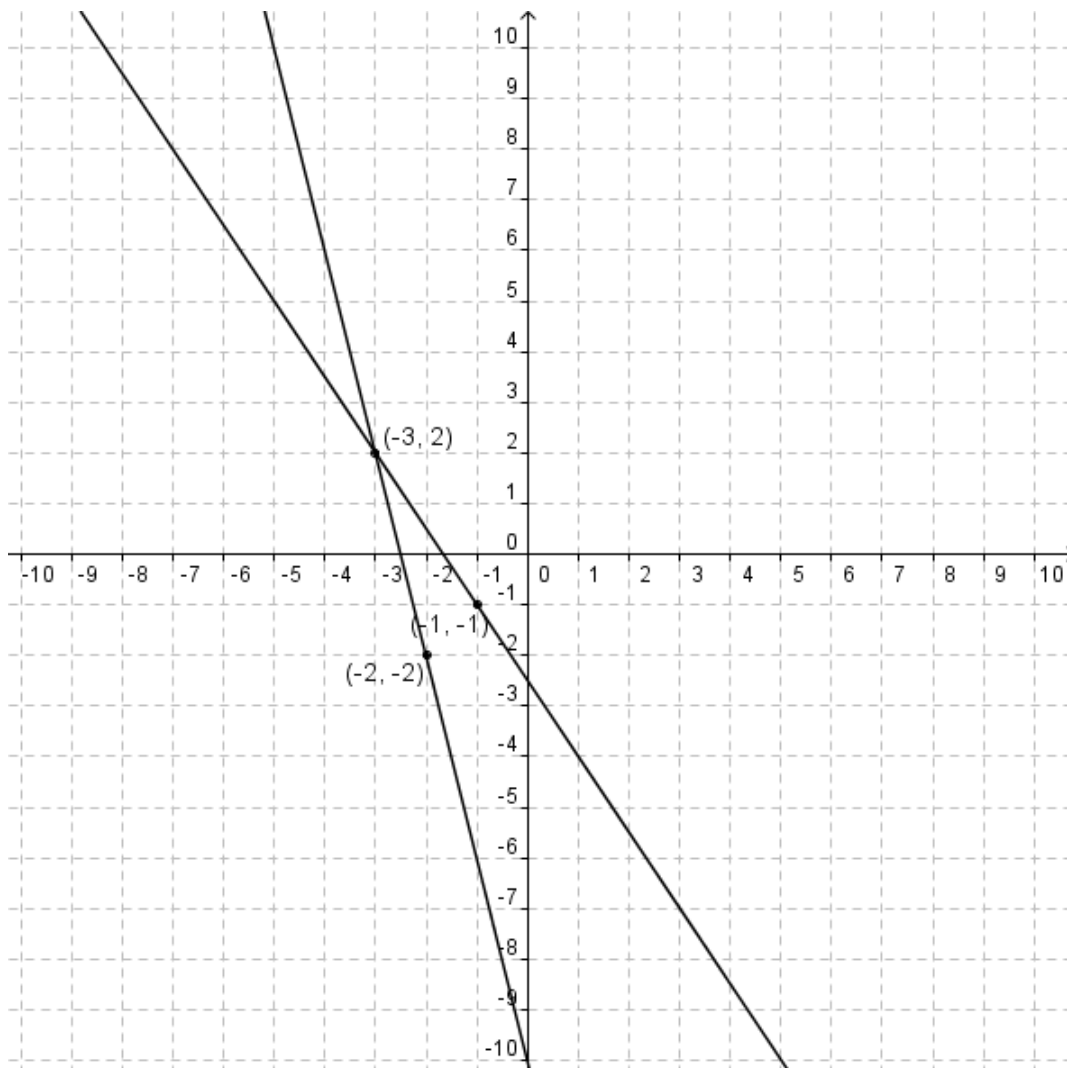
Mats blåser upp endast fem ballonger på de första 6 minuterna,

vilket betyder att de tillsammans blåser upp $8 + 12 + 5$ ballonger de första sex minuterna och $8 + 12 + 15$ ballonger de följande sex minuterna.

Men detta ger just $25 + 35 = 60$ ballonger. Svar: 12 minuter.

Min:	1	2	3	4	5	6	12
Maj	2	4	6	8	10	12	
Max			4			8	
Mats		5		10		15	
SUM						35	70
– 4 min på Mats				X			10
60 ballonger på 12 minutter							60

Uppgift 5 – Rita linje



Two possible solutions: $y = -1,5x - 2,5$ with points t.ex. $(-2, -2)$; $(-1, -6)$; $(0, -10)$

and $y = -4x - 10$ with points t.ex. $(-1, -1)$; $(-5, 5)$; $(1, -4)$

Uppgift 6 – Hur många röda kuber?

The solution is found by first placing out
10 (on floor 1)
+ 6 (on floor 2) färg 1 kuber,
then $14 + 10 + 6$ färg 2 kuber and
finally $18 + 14 + 10 + 6$ röda kuber.

The previous number of cubes "lifted up one floor" as seen every time!

It becomes first 16 färg 1 kuber, then 30 färg 2 kuber and 48 röda kuber.

Uppgift 7 – På café

Det går $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ dagar för alla sex att mötas efter senaste gången de möttes.

Frågan om hur ofta precis 5 möts kan omformuleras till:

Hur ofta bara

A borta:	Det sker aldrig för då är också C och E borta.	
B borta:	Det sker aldrig för då är också E borta	
C borta:	Det sker var $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$. dag	1 gång per år
D borta:	Det sker var $2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84$. dag	4 gånger per år
E borta:	Det sker aldrig för då är också A och B borta.	
F borta:	Det sker var $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$. dag	6 gånger per år

5 av dem möts 11 gånger på ett år.

Uppgift 8 – Diskotek

Nils: x kr Karl: $(x + 40)$ kr Johan: $(x + 125)$ kr

Om Johan gir 10 kr til Nils har Johan precis dubbelt så mye penger som Nils:

$$x + 125 - 10 = 2(x + 10) \rightarrow x = 95$$

Nils: 95 kr
Karl: 135 kr
Johan: 220 kr
Tillsammans: 450 kr